

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA (DEE)

[MOD-RAD] Radiação Eletromagnética, Antenas & Bioeletromagnetismo

Potenciais de Lorenz, Dipolos de Hertz e
Meia-Onda, Fraunhofer, Friis e SAR

Prof. Marcelo Eduardo Vieira Segatto

LabTel — Laboratório de Telecomunicações | IN-FOTON



Sumário do Módulo

1. Panorama Morfológico das Antenas (Balanis)
2. Potenciais Eletrodinâmicos e Calibre de Lorenz
3. O Dipolo Infinitesimal de Hertz
4. Zonas de Campo (IEEE Std 145)
5. O Dipolo de Meia-Onda ($\lambda/2$)
6. Parâmetros de Antena e Equação de Friis
7. Bioeletromagnetismo e Dosimetria de RF

Definição Clássica de Antena

“An antenna is defined by Webster’s Dictionary as ‘a usually metallic device (as a rod or wire) for radiating or receiving radio waves.’ The IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas (IEEE Std 145) defines the antenna as ‘a means for radiating or receiving radio waves.’ In other words, the antenna is the transitional structure between free-space and a guiding device.”

— *Constantine A. Balanis* (*Antenna Theory: Analysis and Design*, 4th ed., 2016).

A Transição Guiada → Espaço Livre

- ▶ **Módulos 4 a 6:** Campos confinados em cabos coaxiais, linhas de microfita e guias de onda ocos.
- ▶ **Módulo 7:** Abertura e desacoplamento dos campos para propagação como ondas esféricas no espaço livre.

As Cinco Famílias Canônicas de Antenas

1. Radiador Isotrópico:

- ▶ Fonte pontual teórica ideal (4π sr).
- ▶ $D_0 = 1 = 0$ dBi (referência universal).

2. Dipolo de Meia-Onda ($\lambda/2$):

- ▶ Duas hastes cilíndricas colineares.
- ▶ $D_0 \approx 1,64$ (2,15 dBi),
 $R_{\text{rad}} \approx 73,13 \Omega$.

3. Monopolo $\lambda/4$ com Terra:

- ▶ Haste vertical sobre plano condutor PEC.

4. Corneta Piramidal (*Horn*):

- ▶ Transição suave de guia de ondas TE_{10} .
- ▶ Feixe estreito direcional: 15 a 25 dBi.

5. Patch Impresso de Microfitas:

- ▶ Radiador litografado em PCB (FR4/Rogers).
- ▶ Conecta diretamente aos Módulos 4 e 5!
- ▶ $D_0 \approx 6$ a 8,5 dBi, alimentação inset.

Origem da Radiação Eletromagnética

- ▶ Como fontes reais de corrente fasorial $\tilde{J}(\vec{r}')$ e densidade de carga $\tilde{\rho}(\vec{r}')$ geram os campos $\tilde{E}$ e $\tilde{H}$ no espaço?
- ▶ Pela lei de Gauss do magnetismo ($\nabla \cdot \tilde{B} = 0$), definimos o **potencial vetor magnético** $\tilde{A}$:

$$\tilde{B} = \nabla \times \tilde{A}$$

- ▶ Substituindo na lei de Faraday ($\nabla \times \tilde{E} = -j\omega\tilde{B}$):

$$\nabla \times (\tilde{E} + j\omega\tilde{A}) = 0 \implies \tilde{E} = -\nabla\Phi - j\omega\tilde{A}$$

onde Φ é o potencial escalar elétrico dinâmico.

O Calibre de Lorenz e Desacoplamento

- ▶ Substituindo $\tilde{B}$ e $\tilde{E}$ na Lei de Ampère-Maxwell ($\nabla \times \tilde{H} = \tilde{J} + j\omega\epsilon\tilde{E}$):

$$\nabla(\nabla \cdot \tilde{A}) - \nabla^2 \tilde{A} = \mu \tilde{J} + j\omega\mu\epsilon(-\nabla\Phi - j\omega\tilde{A})$$

$$\nabla^2 \tilde{A} + k^2 \tilde{A} = -\mu \tilde{J} + \nabla(\nabla \cdot \tilde{A} + j\omega\mu\epsilon\Phi)$$

- ▶ **Condição do Calibre de Lorenz:** Impomos o cancelamento do gradiente:

$$\nabla \cdot \tilde{A} = -j\omega\mu\epsilon\Phi$$

- ▶ As equações se desacoplam em **Equações Inomogêneas de Helmholtz**:

$$\nabla^2 \tilde{A} + k^2 \tilde{A} = -\mu \tilde{J}$$

$$\nabla^2 \Phi + k^2 \Phi = -\frac{\tilde{\rho}}{\epsilon}$$

Solução Integral dos Potenciais Retardados

Potencial Vetor Retardado de Helmholtz

Para uma distribuição volumétrica arbitrária de corrente fasorial $\tilde{J}(\vec{r}')$:

$$\tilde{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \tilde{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$$

- **Fator de Fase Retardada** e^{-jkR} : Representa o tempo finito de propagação causal da informação eletromagnética na velocidade da luz:

$$t_{\text{ret}} = t - \frac{R}{c}, \quad \text{onde } R = |\vec{r} - \vec{r}'|$$

- Determinado $\tilde{A}$, os campos são obtidos por:

$$\tilde{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \tilde{A}, \quad \tilde{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times \tilde{H}$$

Geometria do Dipolo de Hertz

- ▶ Filamento infinitesimal de comprimento $dl \ll \lambda$ orientado ao longo do eixo z .
- ▶ Conduz corrente uniforme fasorial:

$$\tilde{I}(z') = I_0 \hat{a}_z$$

- ▶ Como $dl \ll r$, a distância é $R \approx r$:

$$\tilde{A}_z = \frac{\mu I_0 dl}{4\pi r} e^{-jkr}$$

- ▶ Em coordenadas esféricas:

$$\tilde{A}_r = \tilde{A}_z \cos \theta, \quad \tilde{A}_\theta = -\tilde{A}_z \sin \theta, \quad \tilde{A}_\phi = 0$$

Coordenadas Esféricas

Fonte no Centro ($r = 0$)

θ : Ângulo de elevação
(zênite)

ϕ : Ângulo azimutal
equatorial

Simetria azimutal: $\partial/\partial\phi = 0$

Componentes Exatas de Campo do Dipolo de Hertz

Aplicando $\tilde{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \tilde{A}$ e $\tilde{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times \tilde{H}$:

$$\dot{H}_\phi = \frac{I_0 dl}{4\pi} k^2 \sin \theta \left[\frac{j}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} \right] e^{-jkr}$$

$$\dot{E}_r = \frac{I_0 dl}{2\pi} \eta_0 k^2 \cos \theta \left[\frac{1}{(kr)^2} - \frac{j}{(kr)^3} \right] e^{-jkr}$$

$$\dot{E}_\theta = \frac{I_0 dl}{4\pi} \eta_0 k^2 \sin \theta \left[\frac{j}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} - \frac{j}{(kr)^3} \right] e^{-jkr}$$

onde $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \approx 120\pi \approx 377 \Omega$ é a impedância intrínseca do vácuo.

Interpretação Física dos Três Regimes de Distância

1. Termos Estáticos ($1/r^3$ em $\dot{E}_r$ e $\dot{E}_\theta$):

- ▶ Idênticos ao campo eletrostático de dipolo elétrico.
- ▶ Não transportam potência ativa média líquida.

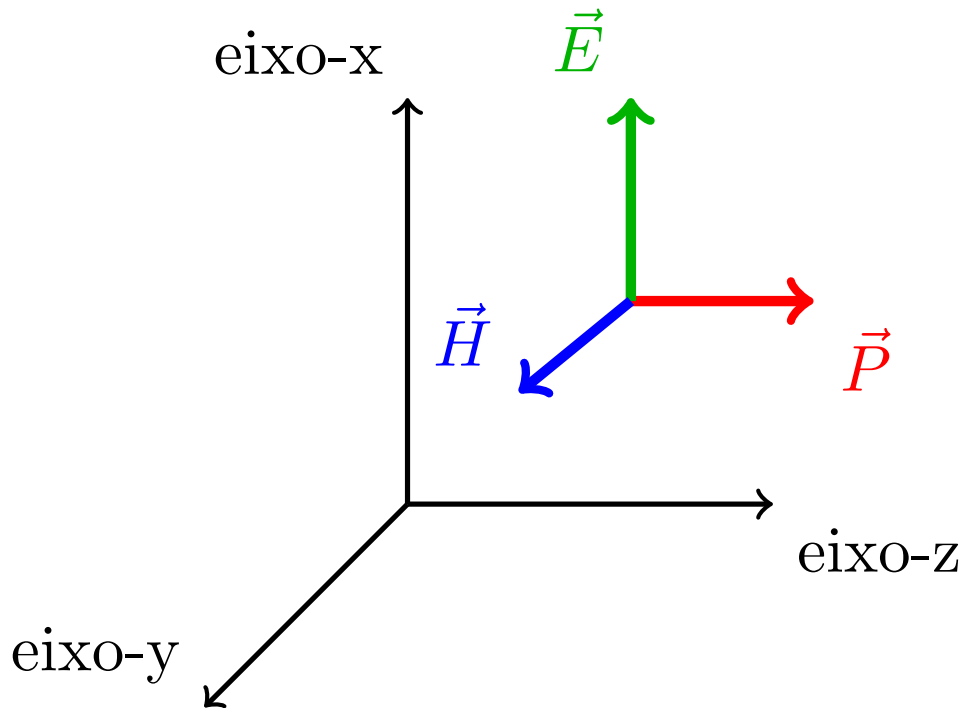
2. Termos de Indução ($1/r^2$ em $\dot{E}$ e $\dot{H}$):

- ▶ Idênticos à lei quase-estática de Biot-Savart.
- ▶ Armazenam energia reativa oscilatória entre os campos $\vec{E}$ e $\vec{H}$.

3. Termos de Radiação ($1/r$ em $\dot{E}_\theta$ e $\dot{H}_\phi$):

- ▶ Dominam assintoticamente quando $kr \gg 1$ ($r \gg \lambda$).
- ▶ Decaimento suave $1/r$ assegura conservação do fluxo de potência esférico.

As Três Regiões de Campo Eletromagnético



Campo Próximo
Reativo:

Zona de Fresnel:

Zona de
Fraunhofer:

Propriedades da Zona de Fraunhofer (Campo Distante)

- ▶ **Frente de Onda Localmente Plana:** A curvatura esférica torna-se imperceptível na escala da antena receptora.

- ▶ **Impedância de Onda Invariante:**

$$\frac{\dot{E}_\theta}{\dot{H}_\phi} = \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \approx 376,73 \, \Omega$$

- ▶ **Vetor de Poynting Puramente Radial e Real:**

$$\tilde{S}_{\text{méd}} = \frac{1}{2} \text{Re}\{\tilde{E} \times \tilde{H}^*\} = \frac{|\dot{E}_\theta|^2}{2\eta_0} \hat{a}_r = \frac{\eta_0 k^2 |I_0 dl|^2}{32\pi^2 r^2} \sin^2 \theta \hat{a}_r$$

- ▶ **Resistência de Radiação do Dipolo de Hertz:**

$$P_{\text{rad}} = \iiint \tilde{S}_{\text{méd}} \cdot d\vec{s} \implies R_{\text{rad}} = 80\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2 \Omega$$

Distribuição Senoidal de Corrente

- ▶ Dipolo linear delgado de comprimento total $l = \lambda/2$.
- ▶ A corrente atinge zero nas pontas abertas ($z = \pm l/2$) e máximo no centro de alimentação ($z = 0$):

$$\tilde{I}(z') = I_0 \sin \left[k \left(\frac{l}{2} - |z'| \right) \right]$$

- ▶ Para $l = \lambda/2$:

$$\tilde{I}(z') = I_0 \cos(kz'), \quad -\frac{\lambda}{4} \leq z' \leq \frac{\lambda}{4}$$

Padrão de Radiação 3D

Superfície toroidal (*donut*) com nulo no eixo z ($\theta = 0^\circ, 180^\circ$) e máximo no plano equatorial ($\theta = 90^\circ$):

$$F(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}$$

Integração do Campo e Resistência de Radiação

- ▶ O campo elétrico distante é obtido pela superposição contínua de dipolos infinitesimais:

$$\dot{E}_\theta = j\eta_0 \frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \right]$$

- ▶ **Potência Total Irradiada:**

$$P_{\text{rad}} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{|\dot{E}_\theta|^2}{2\eta_0} r^2 \sin \theta d\theta d\phi = \frac{\eta_0 |I_0|^2}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} d\theta$$

- ▶ A integral analítica resulta em $\approx 1,2188$:

$$P_{\text{rad}} \approx \frac{120\pi |I_0|^2}{4\pi} (1,2188) \approx 36,56 |I_0|^2 \text{ W}$$

- ▶ Como $P_{\text{rad}} = \frac{1}{2} |I_0|^2 R_{\text{rad}}$, obtemos o valor canônico:

Resistência de Radiação Teórica

$$R_{\text{rad}} \approx 73,13 \Omega \quad (Z_{\text{in}} \approx 73,13 + j42,5 \Omega)$$

Diretividade, Ganho e Abertura Efetiva

1. Intensidade de Radiação

$U(\theta, \phi)$:

$$U(\theta, \phi) = r^2 S_{\text{rad}}(\theta, \phi) \quad [\text{W/sr}]$$

2. Diretividade (D): Razão

entre $U_{\text{máx}}$ e a intensidade média isotrópica:

$$D_0 = \frac{4\pi U_{\text{máx}}}{P_{\text{rad}}} = \frac{4\pi}{\Omega_A}$$

Para o dipolo $\lambda/2$: $D_0 \approx 1,64$ (2,15 dBi).

3. Ganho da Antena (G):

Inclui a eficiência de radiação

$$e_{\text{rad}} \leq 1:$$

$$G(\theta, \phi) = e_{\text{rad}} D(\theta, \phi)$$

4. Abertura Efetiva (A_e):

Área geométrica equivalente de captura:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_0$$

Balanço de Potência no Espaço Livre (1946)

Para duas antenas com visada direta alinhadas em polarização e separadas por distância $r \geq 2D^2/\lambda$:

$$\frac{P_r}{P_t} = G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2$$

► Atenuação de Espaço Livre (FSPL):

$$\text{FSPL (dB)} = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right) = 20 \log_{10}(r) + 20 \log_{10}(f) - 147,55$$

- A potência recebida decai com $1/r^2$ e $1/f^2$, fundamentando o dimensionamento de enlaces celulares 4G/5G, Wi-Fi e satelitais.

Interação dos Campos com Tecidos Biológicos

- ▶ Tecidos biológicos (cérebro, pele, músculo) comportam-se como dielétricos condutivos com perdas em RF ($\sigma \neq 0, \varepsilon_r > 1$).
- ▶ O campo elétrico interno induz densidade de corrente de condução e perdas dissipativas ($\tilde{J}_{\text{cond}} = \sigma \tilde{E}$).
- ▶ **Taxa de Absorção Específica (SAR - *Specific Absorption Rate*)**: Potência de RF absorvida por unidade de massa tecidual:

$$\text{SAR} = \frac{\sigma |\tilde{E}_{\text{interno}}|^2}{2\rho_{\text{tecido}}} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{kg}} \right]$$

onde ρ_{tecido} é a densidade de massa volumétrica (~ 1000 a 1050 kg/m^3).

Limites Regulatórios (ICNIRP 2020 e Anatel)

Padrões ICNIRP / IEEE C95.1:

- ▶ **Público Geral (Cabeça/Tronco):**

$$\text{SAR}_{10g} \leq 2,0 \text{ W/kg}$$

- ▶ **Membros (Braços/Pernas):**

$$\text{SAR}_{10g} \leq 4,0 \text{ W/kg}$$

- ▶ **Corpo Inteiro:**

$$\text{SAR}_{\text{médio}} \leq 0,08 \text{ W/kg}$$

Regulamentação Anatel (Brasil):

- ▶ **Resolução nº 700/2018 & Ato nº 1630:** Avaliação compulsória de conformidade para todos os smartphones comercializados no país.
- ▶ **Zonas de Segurança ao Redor de ERBs:** Cálculo do raio de exclusão para conformidade populacional:

$$r_{\text{seguro}} = \sqrt{\frac{\text{EIRP}}{4\pi S_{\text{lim}}}}$$

Síntese do Curso de Eletromagnetismo

- ▶ Concluímos o ciclo canônico dos 7 módulos: da síntese histórica às ondas guiadas, radiação de antenas e impactos bioeletromagnéticos.

Próxima Disciplina Eletiva:

- ▶ **Antenas e Propagação (ELE08535):**
- ▶ Síntese de *arrays* e HFSS.
- ▶ Ensaios na Câmara Anecoica LabTel.

Novo Curso Especializado:

- ▶ **Métodos Numéricos em Altas Freq.:**
- ▶ FDTD, PML, FEM, MoM e EME.
- ▶ Simulação de PICs com AgentePH.