UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA (DEE)

[MOD-DIV] Divisores e Acopladores Planares de Banda Larga

Wilkinson, Cohn Multi-Seções, Linhas Acopladas, Híbridas e Tecnologia SIW

Prof. Marcelo Eduardo Vieira Segatto

LabTel — Laboratório de Telecomunicações | IN-FOTON





Sumário do Módulo [MOD-DIV]

1. O Teorema de Três Portas e a Inevitabilidade das Perdas
2. Divisor de Wilkinson Convencional (3 dB)
3. Divisores Multi-Seções de Cohn para Banda Larga
4. Acopladores Direcionais: Linhas Acopladas e Estruturas Interdigitadas
5. Híbridas de Micro-ondas: Branch-Line e Rat-Race
6. Tecnologia SIW: Divisores Junção T e Acopladores Multimodo
7. Modelagem Computacional e Rigor Bibliográfico

O Teorema Fundamental de Redes de Três Portas

Teorema da Impossibilidade (Pozar / Steer)

Uma rede passiva de três portas não pode ser simultaneamente:

1. **Sem Perdas** ($[S]^\dagger[S] = [I]$);
2. **Recíproca** ($[S] = [S]^T$);
3. **Casada em todas as três portas** ($S_{11} = S_{22} = S_{33} = 0$).

Dilema do Projetista de Micro-ondas:

- Se a rede for sem perdas e recíproca (como uma simples junção T em microfita sem resistores), é impossível que as portas de saída sejam casadas e isoladas entre si;
- Para obter saídas desacopladas ($S_{23} = 0$) e perfeitamente casadas ($S_{22} = S_{33} = 0$), **é mandatório introduzir pelo menos um elemento resistivo dissipativo**!

Comparação entre Divisores: Junção T versus Wilkinson

Junção T sem Perdas:

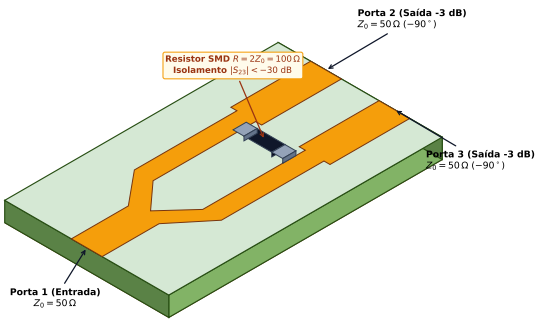
- Simples bifurcação física de microfita;
- Se a entrada for casada ($S_{11} = 0$), as saídas sofrem desadaptação ($|S_{22}| = |S_{33}| = 0{,}5$);
- **Isolamento Nulo ($S_{23} \neq 0$):** Qualquer sinal injetado na porta 2 vaza diretamente para a porta 3!

O Divisor de Wilkinson (1960)

A Solução Genial de Ernest Wilkinson:
Adiciona dois ramos de quarto de onda $\lambda/4$ com $Z_b = \sqrt{2}Z_0$ e um resistor de isolamento de $R = 2Z_0$ entre as saídas:

- Entrada casada: $S_{11} = 0$;
- Saídas casadas: $S_{22} = S_{33} = 0$;
- **Alto isolamento:** $S_{23} = 0$ em f_0;
- **Sem perdas na divisão direta!**

Topologia e Análise de Modos Par e Ímpar



Divisor de Wilkinson 3D com resistor SMD de isolamento.

Decomposição por Simetria:

- **Modo Par (Even Mode):** Excitação $V_2 = V_3 = V_0/2$. Plano de simetria aberto ($I = 0$); nenhuma corrente passa pelo resistor R;
- **Modo Ímpar (Odd Mode):** Excitação $V_2 = -V_3 = V_0/2$. Plano de simetria aterrado virtualmente ($V = 0$); ponto médio do resistor atua como terra de RF.

Matriz de Espalhamento [S] no Ponto de Projeto

$$[\mathbf{S}] = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por que o Resistor não Dissipa Potência na Operação Normal?

- **Excitação Direta pela Porta 1:**
  - O sinal injetado na porta 1 propaga-se igualmente pelos dois braços idênticos de $\lambda/4$;
  - Ao atingirem as portas de saída 2 e 3, as tensões são rigorosamente idênticas em módulo e fase:

$$V_2 = V_3 = -j\frac{V_1}{\sqrt{2}}$$

  - A diferença de potencial sobre o resistor de isolamento é nula:

$$V_R = V_2 - V_3 = 0 \implies I_R = \frac{V_R}{2Z_0} = 0$$

- **Conclusão Fundamental:** Na divisão direta de potência, o divisor opera com **eficiência de** 100% **sem qualquer dissipação térmica**! A perda resistiva só ocorre para atenuar sinais indesejados refletidos de volta pelas portas 2 ou 3.

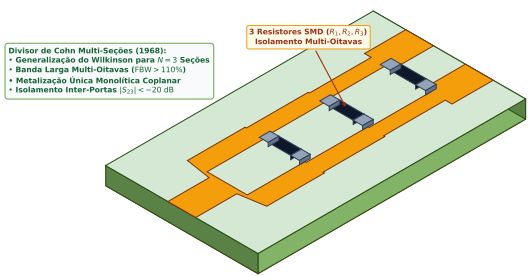
A Limitação de Banda do Wilkinson e a Abordagem de Cohn (1968)

Banda Estreita do Wilkinson ($N = 1$):

- Braços fixos $\lambda_0/4$; largura restrita (FBW $\approx 20\%$).

A Síntese Multi-Seções de Cohn:

- N seções consecutivas de $\lambda/4$ em cascata com impedâncias escaladas $Z_{b,n}$ (síntese de Chebyshev);
- N resistores de isolamento R_n interligando os nós pares correspondentes;
- **Banda Multi-Oitavas ($N = 3$):** Atinge FBW $> 110\%$ com $|S_{23}| < -20$ dB sobre toda a faixa de frequências!



Divisor de Cohn 3D multi-seções ($N = 3$) com 3 resistores SMD.

Tabela Comparativa de Desempenho (Steer / Cohn)

Comparação de largura de banda fracionária para perda de retorno RL ≥ 20 dB e isolamento $|S_{23}| \geq 20$ dB:

Seções (N)	**FBW**	**Cobertura e Aplicação**
$N = 1$ (Wilkinson)	$\approx 20\%$	Banda estreita sub-6 GHz ($0{,}9 - 1{,}1 f_0$)
$N = 2$ (Cohn)	$\approx 65\%$	Banda moderada ($0{,}7 - 1{,}4 f_0$)
$N = 3$ (Cohn)	**110%**	Multi-oitavas para Radares ($0{,}5 - 1{,}8 f_0$)
$N = 4$ (Cohn)	**135%**	Ultra-larga mmWave 5G/6G ($0{,}4 - 2{,}0 f_0$)

Nota de Projeto: O aumento de N exige tolerâncias estritas na soldagem de resistores SMD ou deposição de filme fino de tântalo em substrato cerâmico.

Acoplador de Linhas Acopladas Paralelas ($\lambda/4$)

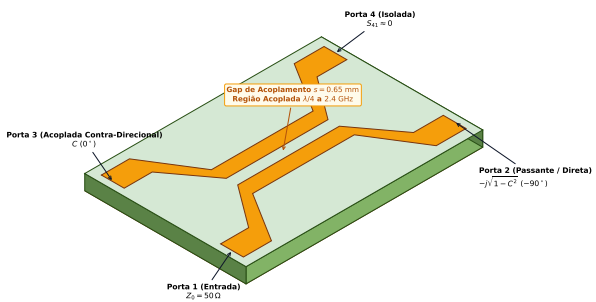
Teoria dos Modos Par (e) e Ímpar (o):

- **Casamento:** $Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}}$;
- **Acoplamento (C):** $C = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}$;
- **Síntese das Linhas:**

$$Z_{0e} = Z_0 \sqrt{\frac{1+C}{1-C}}, \quad Z_{0o} = Z_0 \sqrt{\frac{1-C}{1+C}}$$

- **Onda Contra-Direcional:** Porta 3 acoplada ($0°$), Porta 2 passante ($-90°$), Porta 4 isolada ($S_{41} \approx 0$);
- **Faixa de Trabalho:** Acoplamento fraco e moderado (10 a 20 dB) em camada única.

Ref: Pozar (Cap. 7.6), Collin (Cap. 6.5).



Linhas acopladas paralelas 3D em microfita.

Acoplador Interdigitado Planar sem Pontes

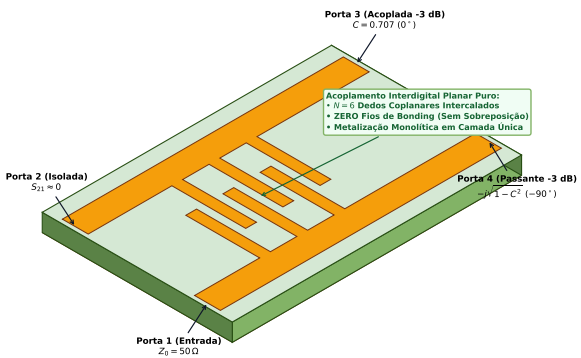
O Desafio do Acoplamento Forte em PCB:

- Em linhas simples, 3 dB ($C = 1/\sqrt{2}$) requer gap micrométrico ($s < 5\,\mu$m), inviável em PCB padrão;
- O acoplador de Lange tradicional exige pontes condutoras aéreas (*wire bonds*), encarecendo a manufatura.

A Solução Coplanar (*Combline*):

- Pentes interdigitados no **mesmo plano de cobre**;
- Elevada capacitância mútua sem pontes ou vias;
- Acoplamento forte (3 a 6 dB) 100% planar!

Ref: Edwards & Steer (2016), Gunton & Paige (1975).



Acoplador interdigitado planar 3D (sem pontes).

Comparativo de Topologias Planares de Acoplamento

Síntese dos dispositivos acopladores e híbridas em microfita de camada única:

Topologia Planar	Acoplamento (C)	Fase ($\Delta\phi$)	Principais Características e Aplicação
Linhas Acopladas Paralelas	10 a 20 dB	90°	Camada única simples; ideal para amostragem/monitoramento.
Interdigitado Planar (*Combline*)	3 a 10 dB	90°	Acoplamento forte sem pontes aéreas; layout fotolitográfico padrão.
Híbrida Branch-Line	3 dB	90°	Laço $\lambda/4$ fácil de sintetizar; banda estreita ($\approx 15\%$).
Híbrida Rat-Race (Anel)	3 dB	180° / 0°	Portas soma (Σ) e diferença (Δ); perímetro de 1,5 λ.

Diretriz de Seleção em Camada Única

- **Amostragem de sinal (fraco acoplamento):** Linhas Acopladas Paralelas (10–20 dB);
- **Divisão em quadratura de alta potência:** Interdigitado Planar ou Branch-Line (3 dB, 90°);
- **Misturadores balanceados e cancelamento:** Híbrida em Anel Rat-Race (3 dB, 180°).

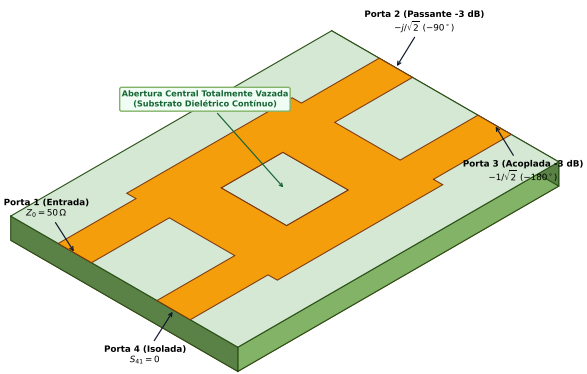
Híbrida de Quadratura Branch-Line (90°)

Composta por um laço retangular fechado de 4 seções de linha $\lambda/4$ com impedâncias características Z_0 e $Z_0/\sqrt{2} \approx 35{,}35\,\Omega$:

Propriedades da Matriz [S]:

$$[\mathbf{S}] = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix}$$

- Divisão igual de 3 dB entre portas 2 e 3;
- Desfasamento mútuo de 90°;
- Porta 4 perfeitamente isolada ($S_{41} = 0$).



Híbrida de quadratura Branch-Line 3D (90°).

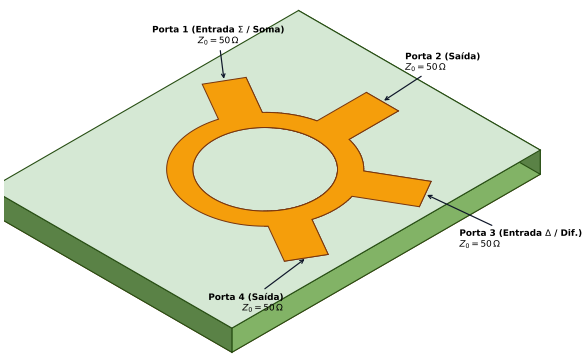
Híbrida em Anel Rat-Race (180°)

Anel condutor circular com perímetro total de $1{,}5\,\lambda = 6 \times (\lambda/4)$ e impedância $\sqrt{2}Z_0 \approx 70{,}71\,\Omega$:

Funcionalidade Soma (Σ) e Diferença (Δ):

- **Porta 1 excitada (Σ):** Portas 2 e 4 recebem sinais com **mesma fase** (0°);
- **Porta 3 excitada (Δ):** Portas 2 e 4 recebem sinais em **oposição de fase** (180°);
- **Topologia Canônica com 4 Trilhas de Acesso:** Linhas $50\,\Omega$ espaçadas por $\lambda/4$ entre P1-P2, P2-P3, P3-P4 e ramo defasador de $3\lambda/4$ entre P4-P1.

Ref: Pozar (Cap. 7.8), Tyrrell (IRE, 1947), Wikipedia.



Híbrida em Anel Rat-Race 3D com 4 trilhas de acesso.

Fundamentos de SIW: Síntese de Guias Planares por Vias

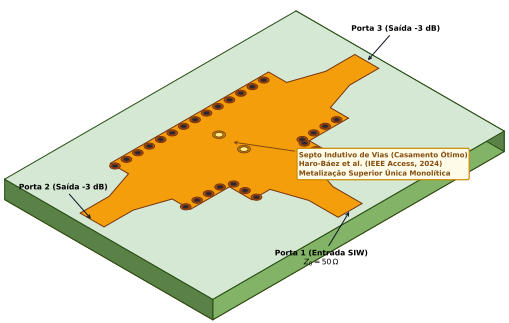
A tecnologia **SIW** (*Substrate Integrated Waveguide*) sintetiza um guia de ondas retangular confinado no próprio substrato dielétrico por fileiras paralelas de vias metálicas:

Regras Canônicas de Confinamento:

- **Passo e diâmetro:** $d < \lambda_g/5$ e $p \leq 2d$ (elimina radiação);
- **Modo dominante:** Opera em TE_{m0} (TM não se propaga);
- **Largura equivalente (Cassivi / Deslandes):**

$$a_r = \frac{a}{\sqrt{\varepsilon_r}}, \quad a_s = a_r - \frac{d^2}{0{,}95\,p}$$

- **Corte TE_{10}:**
$f_{c,10} = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \left(a_s - \frac{d^2}{0{,}95\,p} \right)^{-1}$.



Junção T em SIW com septo de 2 vias 3D.

Ref: Haro-Báez et al., *IEEE Access*, 2024.

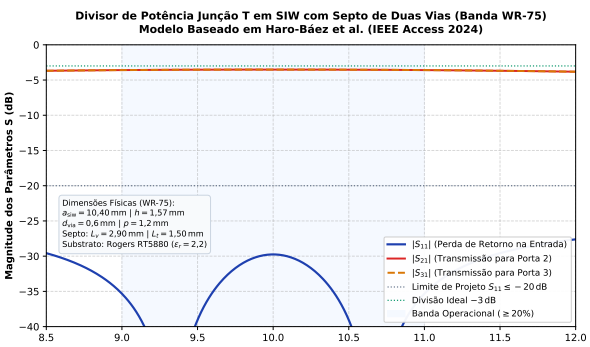
Divisor Junção T em SIW com Septo Indutivo de 2 Vias

Em guias de ondas, a clássica Junção T de 3 portas é descasada ($S_{11} \neq 0$). O artigo de **Haro-Báez et al. (2024)** introduz um **septo indutivo de 2 vias** (L_v, L_t):

Princípio de Cancelamento Reativo:

- As duas vias atuam como postes condutivos criando susceptância indutiva compensadora no vértice do T;
- **Casamento:** $|S_{11}| < -20\,\text{dB}$ em banda larga (FBW $\geq 20\%$);
- **Equidivisão:** $|S_{21}| = |S_{31}| \approx -3\,\text{dB}$;
- 100% planar em PCB (Rogers RT5880).

Ref: Haro-Báez et al., *IEEE Access*, 2024 (WR-90 a WR-28).



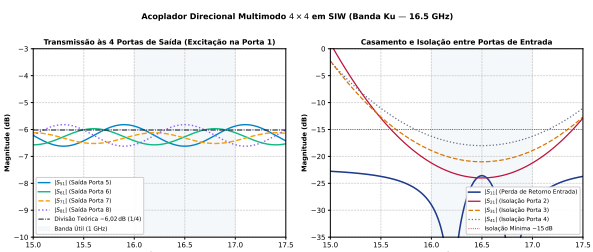
Resposta S_{11}, S_{21}, S_{31} do divisor SIW com septo (WR-75).

Acoplador Multimodo SIW 4×4 e Mitigação de Perdas

Acoplador direcional de 8 portas (4 entradas $\times$ 4 saídas) em banda Ku (16,5 GHz) explorando interferência modal na cavidade central:

Cavidade Central Multimodo (TE_{40}):

- Cavidade ($W \approx 23{,}3$ mm) excitando modos TE_{10} e TE_{40};
- Equidivisão: $|S_{j1}| \approx -6{,}02$ dB ($j = 5, \ldots, 8$);
- Alto isolamento: $|S_{21}|, |S_{31}|, |S_{41}| < -15$ dB;
- **Mitigação de Perdas:** Perdas no dielétrico ($\sim$ 4–6 dB) compensadas com amplificador MMIC (AVA-054-D+, ganho 12–15 dB).

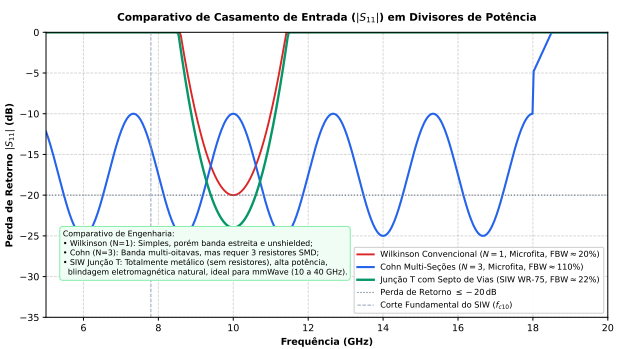


Equidivisão (S_{51} a S_{81}) e isolamento no acoplador 4×4.

Ref: Haro-Báez et al., *IEEE Access*, 2024.

Comparativo de Tecnologias de Divisão de Potência

Confronto de desempenho entre divisores planares microfita e tecnologia SIW:



Perfil de reflexão $|S_{11}|$ vs. frequência normalizada.

Quadro Sintético de Engenharia:

- **Wilkinson Convencional ($N = 1$):** Simples, perdas muito baixas, mas banda estreita (FBW $\sim$ 15–20%).
- **Cohn Multi-Seções ($N = 3$):** Banda larga (FBW $> 50\%$), porém requer múltiplos resistores de filme fino críticos em alta frequência.
- **SIW Junção T com Septo:** FBW $\geq 20\%$ com $S_{11} < -20\,\text{dB}$, **sem resistores discretos**, blindagem natural anti-EMI, ideal para mmWave (10 a 40 GHz).

Síntese Numérica em Python com *scikit-rf*

```
import skrf as rf
import numpy as np

freq = rf.Frequency(1, 10, 501, 'ghz')

# Braços do Wilkinson (Z = sqrt(2)*50)
z_branch = np.sqrt(2) * 50.0
media = rf.media.DefinedGammaZ0(
    freq, z0=z_branch)
line_arm = media.line(d=15, unit='mm')

# Avaliação de matriz S de multiportas
# Isolamento S23 e simetria...
```

Simulador Interativo no Portal

Teste as respostas multi-seções no laboratório virtual:
Simulador de Wilkinson e Cohn;

Ajuste seções de $N = 1$ a $N = 3$ e inspecione $|S_{11}|$, $|S_{21}|$ e $|S_{23}|$ em tempo real!

Obras Clássicas e Bibliografia Canônica



Literatura canônica de RF e micro-ondas.

Referências Fundamentais Recomendadas:

1. **Steer, M. B.** *Microwave and RF Design, Vol. 3: Networks*, 3rd ed., NC State, 2019. (Cap. 5: Couplers and Power Dividers).
2. **Pozar, D. M.** *Microwave Engineering*, 4th ed., John Wiley & Sons, 2011. (Cap. 7: Power Dividers and Directional Couplers).
3. **Wilkinson, E. J.** "An N-way hybrid power divider", *IRE Trans. MTT*, vol. 8, pp. 116–118, 1960.
4. **Cohn, S. B.** "A class of broadband three-port TEM-mode hybrids", *IEEE Trans. MTT*, vol. 16, 1968.
5. **Edwards, T. C. and Steer, M. B.** *Foundations for Microstrip Circuit Design*, 4th ed., Wiley, 2016. (Cap. 11).
6. **Gunton, D. J. and Paige, E. G. S.** "Directional coupler for GHz frequencies", *Electronics Letters*, vol. 11, pp. 406–408, 1975.
7. **Haro-Báez, R., Carvajal Mora, H., et al.** "Design and Optimization of Broadband Directional Couplers and Power Dividers Using SIW Technology", *IEEE Access*, vol. 12, pp. 122213–122228, 2024.