UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA (DEE)

[MOD-PH03] Métodos Numéricos em Fotônica Integrada

Tempo vs. Frequência, Modos 2D vs. Propagação 3D e o Ecossistema Aberto

Prof. Marcelo Eduardo Vieira Segatto

LabTel — Laboratório de Telecomunicações | IN-Foton





Sumário do Módulo [MOD-PH03]

1. Fundamentos da Simulação Numérica
2. Domínio do Tempo vs. Frequência
3. Seção Transversal 2D vs. Propagação 3D
4. Matriz de Decisão e Critérios de Escolha
5. O Ecossistema Aberto de Simulação
6. Galeria de Resultados Canônicos
7. Conclusões e Referências

Por que Métodos Numéricos em Fotônica Integrada?

O Desafio do Alto Contraste de Índice ($\Delta n \approx 2{,}0$)

Em circuitos em silício (SOI), a transição entre o núcleo de silício ($n_{\mathrm{Si}} \approx 3{,}476$) e o dióxido de silício ($n_{\mathrm{SiO_2}} \approx 1{,}444$) impõe:

$$\Delta n = n_{\mathrm{core}} - n_{\mathrm{clad}} \approx 2{,}032 \implies \Delta \epsilon_r \approx 10{,}0$$

Implicações Físicas e Computacionais:

- **Falha das Aproximações Escalares:** Modelos analíticos (como Marcatili) geram desvios intoleráveis em guias de 450×220 nm.
- **Vetorialidade Estrita:** Acoplamento forte entre componentes transversais e axiais (E_x, E_y, E_z), exigindo formulações vetoriais completas.
- **Descontinuidade de Campo:** A componente normal sofre salto abrupto ($\epsilon_1 E_{1\perp} = \epsilon_2 E_{2\perp}$), exigindo malhas adaptativas.

Condições de Contorno: PML e Periódicas

PML (Perfectly Matched Layer)

Camada absorvente com coordenadas esticadas no plano complexo:

$$\tilde{x} = \int_0^x s_x(x')\,dx'$$

$$s_x = 1 - j\frac{\sigma_x(x)}{\omega\epsilon_0}$$

- Absorve ondas incidentes sem reflexões espúrias na fronteira.
- Fundamental para avaliar perdas de curvatura e espalhamento.

Condições Periódicas (Bloch)

Para estruturas com simetria discreta de período Λ:

$$\mathbf{E}(z+\Lambda) = \mathbf{E}(z)\,e^{-jk_z\Lambda}$$

- Reduzem o domínio infinito a uma única célula unitária periódica.
- Essenciais para grades subcomprimento (SWG) e cristais fotônicos.

Domínio do Tempo: O Método FDTD

Formulações no Tempo (Algoritmo de Yee)

O FDTD discretiza as derivadas espaciais e temporais de Maxwell em malhas escalonadas no espaço e no tempo:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \qquad \nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}$$

Vantagens do FDTD:

- Resposta em larga banda com um único pulso ultracurto + FFT.
- Visualização dinâmica do pacote de onda em propagação.
- Suporta não linearidades instantâneas ($\chi^{(2)}, \chi^{(3)}$).

Restrições do FDTD:

- Critério de estabilidade CFL:

$$c\Delta t \leq \left(\Delta x^{-2} + \Delta y^{-2} + \Delta z^{-2}\right)^{-1/2}$$

- Alto Q impraticável: cavidades ressonantes exigem passos excessivos.

Domínio da Frequência: FEM, FDFD e EME

Regime Harmônico Estacionário ($\partial/\partial t \to j\omega$)

Ao fixar a frequência ω, eliminam-se as derivadas temporais, gerando sistemas lineares ou problemas de autovalor:

$$\nabla \times \left(\mu_r^{-1} \nabla \times \mathbf{E}\right) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = 0 \implies \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad \text{ou} \quad \mathbf{A}\mathbf{x} = \beta^2 \mathbf{B}\mathbf{x}$$

Vantagens na Frequência:

- Soluções diretas de sistemas esparsos por métodos de Krylov/LU.
- Resolução imediata de cavidades de alto fator de qualidade (Q).
- Malhas triangulares adaptativas de alta precisão geométrica.

Restrições na Frequência:

- Monocromático: requer varredura ponto a ponto para obter espectros.
- Consumo de memória para malhas 3D volumétricas densas.

Análise Transversal 2D: Problema de Autovalores

Invariância Longitudinal no Eixo z ($\propto e^{-j\beta z}$)

Em guias retilíneos uniformes, o operador rotacional se fatora no plano (x, y), desacoplando o eixo longitudinal:

$$\nabla_{\perp}^2 \mathbf{E}_{\perp} + k_0^2 \epsilon_r(x, y) \mathbf{E}_{\perp} = \beta^2 \mathbf{E}_{\perp}$$

Parâmetros Extraídos em 2D:

- Índice efetivo $n_{\text{eff}} = \beta / k_0$ e velocidade de grupo;
- Perfis vetoriais transversais $\mathbf{e}_m(x, y)$ e $\mathbf{h}_m(x, y)$;
- Parâmetro de dispersão cromática $D(\lambda)$;
- Fator de confinamento óptico Γ_{core}.

Custo Computacional

Extremamente veloz: problemas de autovalores esparsos de 10^4 nós resolvidos em segundos em CPU padrão.

Propagação Tridimensional 3D: Quebra de Simetria

Quando a Análise 2D não é Suficiente?

Sempre que a seção varia em z ($\partial \epsilon_r / \partial z \neq 0$), ocorrem conversão de modos, reflexões e radiação:

Dispositivos com Variação Axial 3D:

- **Curvas e Bends S:** Radiação lateral e perdas.
- **Acopladores:** Troca de potência entre guias.
- **Divisores MMI:** Auto-imagem e interferência.
- **Grades de Bragg:** Reflexão coerente seletiva.
- **Tapers:** Conversão suave de largura.

Desafio Computacional 3D

O volume discretizado escala com $V/(\Delta x \Delta y \Delta z)$, exigindo métodos híbridos como EME ou computação FDTD paralela.

Matriz Comparativa de Métodos Numéricos

Método	Domínio	Dim.	Caso de Uso Ideal	Limitações Físicas	Custo	Ferramentas
FEM 2D	Frequência	2D	Modos guiados, n_{eff}, dispersão $\beta(\lambda)$, perdas	Invariante em z; sem propagação 3D	Baixo	Femwell, Lumerical
EME	Frequência	2.5D/3D	Componentes longos ($L > 50\,\mu$m), tapers, MMIs	Modos discretizados nas interfaces	Médio	MEOW, Ansys EME
FDTD 2D	Tempo	2D	Prototipagem rápida e espectros preliminares	Desconsidera confinamento vertical	Baixo	PyMeep
FDTD 3D	Tempo	3D	Curvas compactas, espalhamento, crossings	Critério CFL; alto Q lento	Alto	PyMeep, Lumerical
BPM 3D	Frequência	3D	Propagação paraxial suave em baixo contraste	Falha para alto Δn e reflexão	Médio	BeamPROP, RSoft
RCWA	Frequência	2D/3D	Grades periódicas infinitas, cristais planares	Limitado a geometrias periódicas	Baixo	S4, RETICOLO

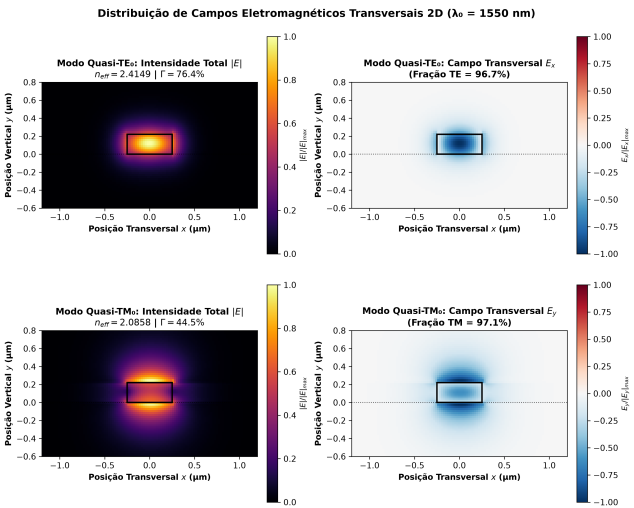
Critério Prático de Engenharia:

- **Guia uniforme 2D $\Longrightarrow$ FEM 2D** (`Femwell`).
- **Dispositivo longo com eixos alinhados $\Longrightarrow$ EME** (`MEOW`).
- **Dispositivo compacto com quebra de simetria $\Longrightarrow$ FDTD 3D** (`PyMeep`).

Femwell: Elementos Finitos 2D Conforme

Características do Femwell

- Malha triangular não estruturada adaptativa (`skfem`).
- Refinamento local rigoroso nas interfaces Si/SiO_2.
- Solução vetorial completa dos campos (E, H).
- PML cartesiana e cilíndrica para cálculo de perdas.
- Acoplamento multifísico térmico e eletro-óptico.

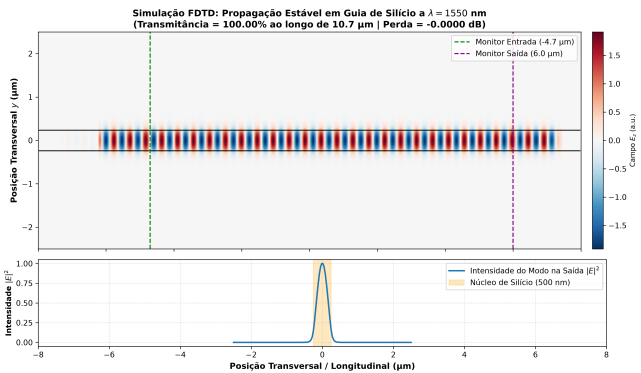


Perfis modais 2D em guia de silício (Estudo 02).

PyMeep: Simulação FDTD Vetorial Completa

Características do PyMeep

- Motor FDTD em C++ de alto desempenho com interface Python.
- Malha escalonada de Yee com suporte a paralelismo MPI.
- Injeção de autofunções modais e monitores de fluxo.
- Extração rigorosa de matrizes de espalhamento $[S]$.
- Condições PML analíticas de alta absorção.

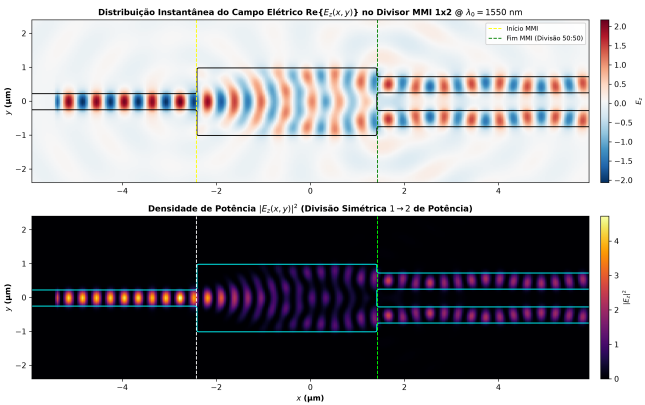


Propagação FDTD em guia de silício (Estudo 02).

MEOW: Expansão em Autofunções (EME)

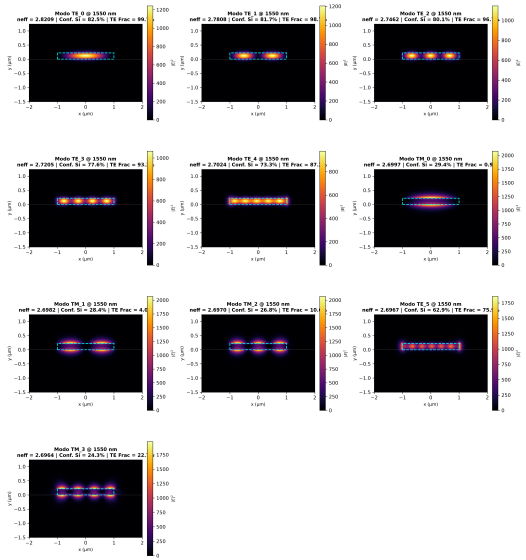
Características do MEOW

- Motor EME bidirecional escrito em ambiente Python aberto.
- Fatiamento do dispositivo em seções longitudinais invariantes.
- Decomposição modal com sobreposição em cada interface.
- Concatenação de matrizes de espalhamento $[S_{\text{total}}]$.
- Escalonamento linear com o comprimento axial L.

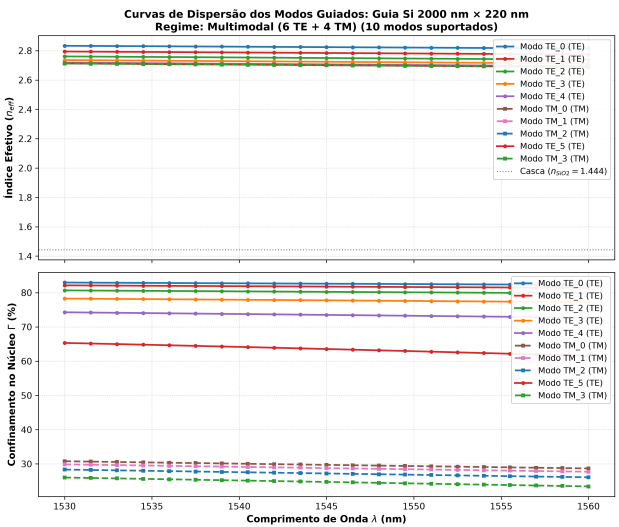


Propagação em divisor MMI 1×2 (Estudo 02b).

Análise Modal Paramétrica e Dispersão (Femwell)



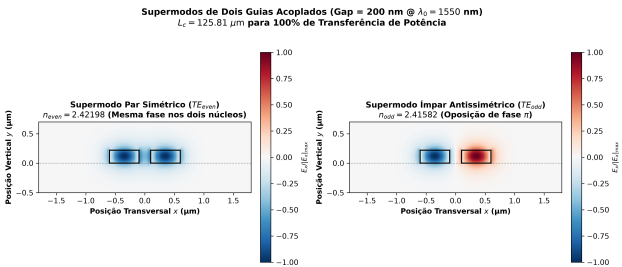
Modos fundamentais e superiores $(\mathrm{TE}_0, \mathrm{TM}_0, \mathrm{TE}_1, \mathrm{TM}_1)$.



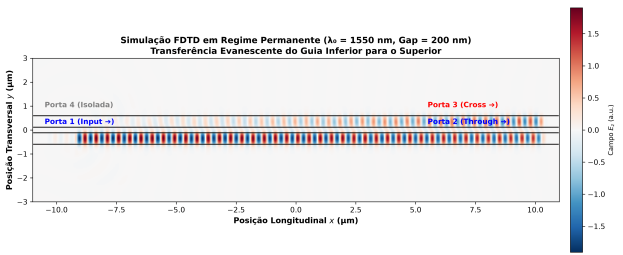
Curvas espectrais de $n_{\mathrm{eff}}(\lambda)$ e corte modal em silício.

A determinação do ponto de corte assegura operação monomodal na banda C.

Acoplador Direcional: Supermodos vs. FDTD



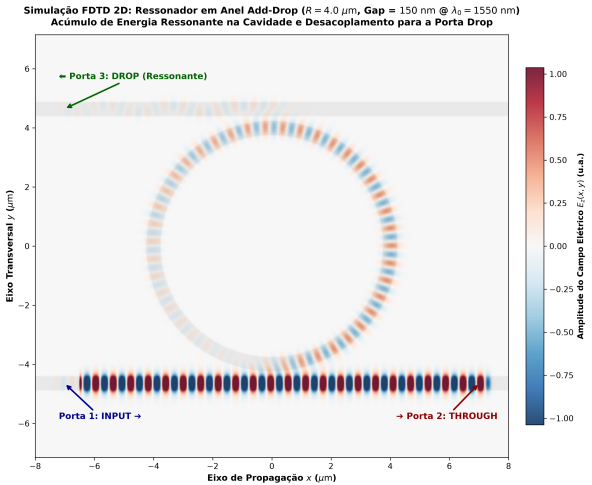
Supermodos par e ímpar na seção transversal 2D (Femwell).



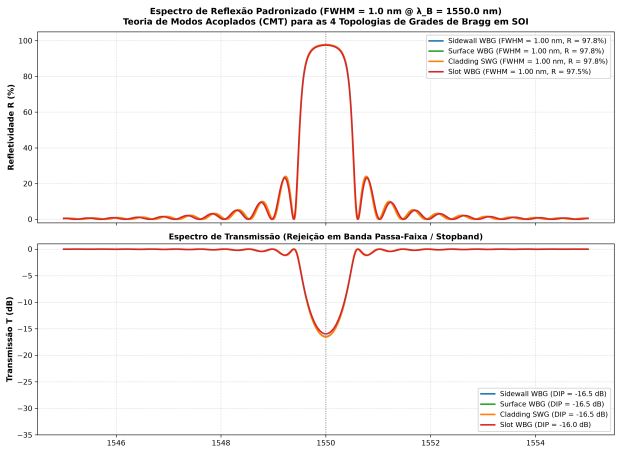
Transferência de potência ao longo de z no FDTD (PyMeep).

O comprimento de acoplamento analítico $L_c = \frac{\lambda}{2(n_{\text{par}} - n_{\text{impar}})}$ valida a simulação FDTD.

Ressonadores em Anel e Grades de Bragg



Ressonância em microrressonador em anel ($R = 10\,\mu$m) via PyMeep.



Espectros comparativos em 4 topologias de grades de Bragg.

A combinação EME (resposta espectral rápida) e FDTD (ressonância) agiliza o projeto.

Síntese Metodológica do Módulo [MOD-PH03]

Fluxo de Projeto Recomendado em Fotônica Integrada

1. **Corte Transversal 2D (Femwell):** Define a largura/altura do guia, garante operação monomodal e quantifica n_{eff} e dispersão.
2. **Propagação em Seções Longas (MEOW / EME):** Modela divisores MMI, tapers e acopladores direcionais com baixo custo computacional.
3. **Simulação Rigorosa 3D (PyMeep / FDTD):** Valida estruturas com descontinuidades complexas, curvas abruptas e perdas por radiação.

Essa estratégia hierárquica economiza até 95% do tempo computacional global.

Referências Bibliográficas

1. Taflove, A., & Hagness, S. C. (2005). *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. 3rd ed., Artech House.
2. Jin, J.-M. (2014). *The Finite Element Method in Electromagnetics*. 3rd ed., John Wiley & Sons.
3. Rumpf, R. C. (2022). *Electromagnetic and Photonic Simulation for the Beginner: Finite-Difference Frequency-Domain in MATLAB*. Artech House.
4. Osgood Jr., R. M., & Meng, X. (2021). *Principles of Photonic Integrated Circuits: With Laboratory Exercises*. Springer Nature.
5. Chrostowski, L., & Hochberg, M. (2015). *Silicon Photonics Design: From Devices to Systems*. Cambridge University Press.
6. Cheben, P., et al. (2018). "Subwavelength integrated photonics". *Nature*, vol. 560, pp. 565–572.
7. Oskooi, A. F., et al. (2010). "MEEP: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method". *Comput. Phys. Commun.*, 181(3), 687–702.